

▷ 1. Вычислите

$$\sqrt{3959 - 88\sqrt{2023}} + \sqrt{4048 - 90\sqrt{2023}}$$

Ответ: 1.

▷ 2. Последовательность $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ такова, что $a_1 = 20$, $a_2 = 40$, $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$, $n = 3, 4, 5, \dots$. Сколько различных делителей имеет следующая сумма $a_{2024} + a_{2023} + a_{2022} + a_{2021} + a_{2020} + a_{2019} + a_{2018} + a_{2017}$?

Ответ: 32264.

▷ 3. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 2023. Пусть n наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа $n + 1$.

Ответ: 840.

▷ 4. Из круглой однородной пластины радиуса 4 м высверлили круглое отверстие, радиуса 1 м, центр которого находится на расстоянии 3 м от центра тяжести исходной пластины. На сколько сантиметров сместился центр тяжести новой пластины?

Ответ: 20.

▷ 5. Найдите сумму цифр числа A , где $A = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11\dots1}_{100}$.

Ответ: 415.

▷ 6. Найдите среднее арифметическое всевозможных значений $x + y$, если $x, y \in N$ и $x^2 + 4xy - 5y^2 = 901$.

Ответ: 165.

▷ 7. Найдите сумму всех целых x , удовлетворяющих неравенству

$$|\sqrt{x-4} - 3| > |\sqrt{9-x} - 2| + 1.$$

Ответ: 15.

▷ 8. Известно, что неизвестная функция $f(x) : R \xrightarrow{f(x)} R$ удовлетворит соотношению $f(x + y) = f(x) + f(y) + 2xy$, $f(2023) = 0$. Чему равно $f(2024)$?

Ответ: 2024.

▷ 9. В основании пирамиды лежит правильный треугольник со стороной a . Одна из граней пирамиды перпендикулярна плоскости основания. Эта грань является равнобедренным треугольником с боковой стороной b ($b \neq a$). Найдите площадь того сечения пирамиды, которое является квадратом. В ответе запишите целую часть найденной площади при $a = 4$, $b = 3$.

Ответ: 4.

▷ 10. Найдите сумму всех решений уравнения $(|\cos \pi x^2| - 1)\sqrt{15 + x - 2x^2} = 0$. В ответе запишите целую часть найденной суммы.

Ответ: 5.

▷ 1. Вычислите

$$\sqrt{3873 - 86\sqrt{2024}} + \sqrt{4140 - 92\sqrt{2024}}$$

Ответ: 3.

▷ 2. Последовательность $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots)$ такова, что $b_1 = 20$, $b_2 = 40$, $b_n = 4b_{n-1} + 5b_{n-2}$, $n = 3, 4, 5, \dots$. Сколько различных делителей имеет следующая сумма $b_{224} + b_{223} + b_{222} + b_{221} + b_{220} + b_{219} + b_{218} + b_{217}$?

Ответ: 6540.

▷ 3. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 1001. Пусть n наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа $n + 1$.

Ответ: 132.

▷ 4. Из прямоугольной однородной пластины размером 12 м на 18 м вырезали квадрат со стороной 5 м, вершина которого совпадает с вершиной прямоугольника. На сколько сантиметров сместится центр тяжести новой пластины? Ответ округлить до целого значения.

Ответ: 97.

▷ 5. Найдите сумму цифр числа B , где $B = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots3}_{100}$.

Ответ: 336.

▷ 6. Найдите среднее арифметическое всевозможных значений $x + y$, если $x, y \in N$ и $x^2 + 2xy - 3y^2 = 893$.

Ответ: 215.

▷ 7. Найдите сумму всех целых x , удовлетворяющих неравенству

$$|\sqrt{x-16}-6| > |\sqrt{36-x}-4| + 2$$

Ответ: 205.

▷ 8. Известно, что неизвестная функция $f(x): R \xrightarrow{f(x)} R$, удовлетворяющая соотношению $f(x+y) = f(x)+f(y)+xy(x+y)$, $f(3) = 0$. Чему равно $f(11)+f(13)$?

Ответ: 1104.

▷ 9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1B_1C_1D_1$ ($ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ — основания, $AA_1||BB_1||CC_1||DD_1$) даны длины ребер $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$. Пусть O — центр основания $ABCD$, O_1 — центр основания $A_1B_1C_1D_1$, а S — точка, делящая отрезок OO_1 в отношении 1:3, т. е. $O_1S : SO = 1 : 3$. Найти площадь сечения данного параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку S параллельно диагонали AC_1 параллелепипеда и диагонали BD его основания $ABCD$. В ответе записать целую часть найденной площади при $a = 4$, $b = 5$ и $c = 6$.

Ответ: 28.

▷ 10. Найти сумму всех решений уравнения

$$(|\sin(\pi\sqrt{x})| - 1)\sqrt{16 - x^2 - 2x} = 0.$$

В ответе записать целую часть найденной суммы.

Ответ: 12.

▷ 1. Вычислите

$$\sqrt{1962 - 62\sqrt{1001}} + \sqrt{2025 - 64\sqrt{1001}}$$

Ответ: 1.

▷ 2. Последовательность $(c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots)$ такова, что $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $c_n = 2c_{n-1} + 3c_{n-2}, n = 3, 4, 5, \dots$. Сколько различных делителей имеет следующая сумма $c_{100} + c_{101} + c_{102} + c_{103} + c_{104} + c_{105} + c_{106} + c_{107}$?

Ответ: 2000.

▷ 3. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 1023. Пусть n наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа $n + 1$.

Ответ: 143.

▷ 4. Из круглой однородной пластины радиуса 5 м высверлили круглое отверстие радиуса 1 м, центр которого находится на расстоянии 2 м 40 см от центра тяжести исходной пластины. На сколько сантиметров сместился центр тяжести новой пластины?

Ответ: 10.

▷ 5. Найдите сумму цифр числа C , где $C = 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{66\dots6}_{100}$.

Ответ: 366.

▷ 6. Найдите среднее арифметическое всевозможных значений $x + y$, если $x, y \in N$ и $x^2 + 4xy - 5y^2 = 1189$.

Ответ: 215.

▷ 7. Найдите сумму всех целых x , удовлетворяющих неравенству

$$3\sqrt{|x+1|-3} > \sqrt{x^2-2x-3}$$

Ответ: 42.

▷ 8. Известно, что некоторая функция $f(x): R \xrightarrow{f(x)} R$ удовлетворяет соотношению $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$, $f(1) + f(4) + f(7) = 21$. Чему равно $f(34)$?

Ответ: 544.

▷ 9. В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна a , а высота равна h . Вычислить площадь сечения, проходящего через середины двух несмежных и непараллельных сторон основания и через середину высоты пирамиды. В ответе записать целую часть найденной площади при $a = \sqrt{48}$ и $h = 17,5$.

Ответ: 100.

▷ 10. Найдите сумму всех решений уравнения $(|tg(\pi x^2)| - 1)\sqrt{6+x-2x^2} = 0$. В ответе записать целую часть найденной суммы.

Ответ: 7.

▷ 1. Вычислите

$$\sqrt{244 - 22\sqrt{123}} + \sqrt{267 - 24\sqrt{123}}$$

Ответ: 1.

▷ 2. Последовательность $(d_1, d_2, d_3, \dots, d_n, \dots)$ такова, что $d_1 = 5$, $d_2 = -3$, $d_n = d_{n-1} + 2d_{n-2}$, $n = 3, 4, 5, \dots$. Сколько различных делителей имеет следующая сумма $d_{200} + d_{201} + d_{202} + d_{203} + d_{204} + d_{205}$?

Ответ: 804.

▷ 3. Существуют такие натуральные числа, что произведение суммы цифр числа на их количество равно 1200. Пусть n наименьшее из всех таких чисел. В ответе укажите количество делителей у числа $n + 1$.

Ответ: 156.

▷ 4. Из прямоугольной однородной пластины размером 12 м на 16 м вырезали прямоугольник размером 4 м на 3 м. Вершина меньшего прямоугольника совпадает с вершиной исходной пластины. Оказалось, что центр тяжести полученной пластины сместился на целое число см. Найдите это значение.

Ответ: 50.

▷ 5. Найдите сумму цифр числа D , где $D = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{77\dots7}_{100}$.

Ответ: 475.

▷ 6. Найдите среднее арифметическое всевозможных значений $x + y$, если $x, y \in N$ и $x^2 + 2xy - 3y^2 = 989$.

Ответ: 264.

▷ 7. Найдите сумму всех целых x , удовлетворяющих неравенству

$$3\sqrt{|2x + 4| - 12} \geq \sqrt{x^2 - 4x - 12}$$

Ответ: 156.

▷ 8. Известно, что некоторая функция $f(x): R \xrightarrow{f(x)} R$ удовлетворяет соотношению $f(x + y) = f(x) + f(y) + 2xy(x + y)$, $f(1) + f(2) = 9$. Чему равно $f(4) - f(1)$?

Ответ: 45.

▷ 9. Площадь сечения, проведенного через диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды параллельно непересекающемуся с этой диагональю боковому ребру, равна S . Найти площадь сечения, проходящего через середины двух смежных сторон основания и середину высоты пирамиды. В ответ записать целую часть найденной площади при $S = 202,3$.

Ответ: 252.

▷ 10. Найти сумму всех решений уравнения $(\operatorname{ctg} \frac{\pi x^2}{2} - \sqrt{3})\sqrt{10 + x - 2x^2} = 0$. В ответе записать целую часть найденной суммы.

Ответ: 4.