

▷ 6. Окружность радиуса 3 проходит через середины трёх сторон треугольника ABC , в котором величины углов A и B равны 60° и 45° соответственно. Найти S площадь треугольника. В ответе запишите $(S - 27)^2$.

Ответ: 243.

▷ 7. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$, все рёбра которой равны b . Через точку N , делящую отрезок AD в отношении $2 : 1$, считая от точки A , проведена плоскость, параллельная плоскости SCD . Вычислите площадь полученного сечения. В ответе запишите найденую площадь при $b = \sqrt[4]{243}$.

Ответ: 6.

▷ 8. Найдите сумму всех двузначных n , при которых $3^n + 1$ делится на 5.

Ответ: 1242.

▷ 9. Расшифровать запись, в которой: 1) разные буквы обозначают разные цифры, 2) звёздочки обозначают любые цифры. В ответе запишите сумму цифр разности $\overline{MTYCI} - N$, где N — наибольшее возможное число из найденных $***$.

* + * = M
 - × :
 * + * = T
 || || ||
 И : с = у

Ответ: 29.

▷ 10. Найти все значения a , при которых система уравнений

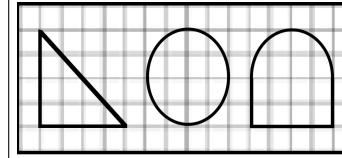
$$\begin{cases} 2x + (9a^2 - 2)y = 3a \\ x + y = 1 \end{cases}$$

не имеет решений. В ответе запишите утроенную сумму всех значений.

Ответ: -2.

Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ 1. Найдите форму пробки, которая пройдёт сквозь три заданные отверстия, т.е. плотно закроет любое из заданных отверстий. В ответе запишите отношение объёма шара с радиусом $1,5a$ к объёму пробки ($a = 4$ клетки).



Ответ: 36.

▷ 2. На десяти одинаковых карточках написаны числа 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима. Ответ записать в виде десятичной дроби с тремя знаками после запятой.

Ответ: 0,311.

▷ 3. Последовательность (a_n) задана соотношением $\forall n > 2 : a_n = a_{n-1} - a_{n-2}; a_1 = 1921, a_2 = 2021$. Найдите $|a_{2021} - a_{1921}|$.

Ответ: 3942.

▷ 4. Найдите сумму всех целых значений параметра a , при которых на плоскости (x, y) существует круг, содержащий все точки, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} 2y - x \leq 1 \\ y + 2x \leq 2 \\ 7(y + 1) + ax \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: 85.

▷ 5. Решить уравнение

$$\sqrt{1 + ctg^2 x - \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) - \sqrt{3}(\cos x + \sin x)} = -\frac{1}{tgx}$$

В ответе укажите, сколько решений находятся в промежутке $[1921\pi; 2021\pi]$.

Ответ: 150.

▷ 6. В трапеции $ABCD$ стороны AB и CD параллельны и $CD = 2AB$. На сторонах AD и BC выбраны соответственно точки P и Q так, что $DP : PA = 2 : 1$, $BQ : QC = 3 : 4$. Найти отношение $\frac{m}{n}$ (несократимая дробь) площадей четырёхугольников $ABQP$ и $CDPQ$. В ответе запишите $m + n$.

Ответ: 63.

▷ 7. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$, все рёбра которой равны a . Через точку M , делящую отрезок AD в отношении $2 : 1$, считая от точки A , проведена плоскость, параллельная плоскости ASB . Вычислите площадь полученного сечения. В ответе запишите найденную площадь при $a = \sqrt[4]{3888}$.

Ответ: 15.

▷ 8. Найдите сумму всех двузначных n , при которых $3^n + 1$ делится на 7.

Ответ: 855.

▷ 9. Расшифровать запись, в которой: 1) разные буквы обозначают разные цифры, 2) звёздочки обозначают любые цифры. В ответе запишите сумму цифр разности $MTYCI - N$, где N — наибольшее возможное число из найденных * * * *.

* + M = *
+ : :
T : Y = C
|| || ||
* - И = *

Ответ: 21.

▷ 10. Найти все значения a , при которых система уравнений

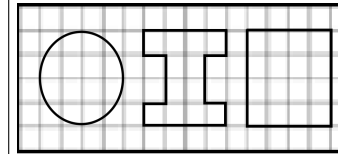
$$\begin{cases} 2x + ay = a + 2 \\ (a + 1)x + 2ay = 2a + 4 \end{cases}$$

имеет бесконечное множество решений. В ответе запишите сумму всех найденных значений.

Ответ: 3.

Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Найдите форму и объём пробки, которая плотно закрывает любое из трёх заданных отверстий, если клетка имеет сторону длиной a . В ответе запишите разность найденного объёма и объёма шара с радиусом $2a$ в виде десятичной дроби (при $a = \cos 30^\circ$).



Ответ: 4,5.

▷ 2. Средний возраст студентов-заочников одной группы университета равен их количеству. 39-летний студент этой группы забрал документы и покинул университет. После чего средний возраст оставшихся студентов снова равнялся их количеству. Сколько студентов первоначально было в группе?

Ответ: 20.

▷ 3. Последовательность (a_n) задана соотношением $\forall n > 3 : a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-3}$; $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = -1$. Найдите $|a_{2021} + a_{1921}|$.

Ответ: 2.

▷ 4. Найдите при каком наибольшем целом значении параметра p на плоскости (x, y) существует круг, содержащий все точки, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} 1 - y \geq px \\ x - 2y \leq 1 \\ y + 2x \leq 2 \end{cases}$$

Ответ: -1.

▷ 5. Решить уравнение

$$\sqrt{1 + tg^2 x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + \sqrt{3}(\cos x - \sin x)} = \frac{1}{ctg x}$$

В ответе укажите сколько решений находятся в промежутке $(1921\pi; 2021\pi)$.

Ответ: 150.

▷ 6. В трапеции $ABCD$ стороны AB и CD параллельны и $CD = 2AB$. На сторонах AD и BC выбраны соответственно точки P и Q так, что $DP : PA = 3 : 4$, $BQ : QC = 1 : 2$. Найти отношение $\frac{m}{n}$ (несократимая дробь) площадей четырёхугольников $ABQP$ и $CDPQ$. В ответе запишите $m + n$.

Ответ: 67.

▷ 7. В треугольной пирамиде $SABC$ все плоские углы при вершине A прямые, каждое ребро, исходящее из точки A , равно b . Вычислите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости SBC и параллельно ребру BC . В ответе запишите найденную площадь при $b = \sqrt[4]{7776}$.

Ответ: 24.

▷ 8. Найдите сумму всех двузначных n , при которых $7^n + 1$ делится на 5.

Ответ: 1265.

▷ 9. Решите ребус. В ответе запишите сумму цифр суммы делимого и частного.

$$\begin{array}{r} 1??? \quad | \quad ?? \\ - \quad ??5 \quad | \quad ?? \\ \hline \quad ??? \\ - \quad ??1 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

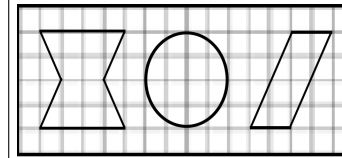
Ответ: 7.

▷ 10. При каких натуральных a точки с координатами $(-1, -3 - a)$, $(3, 3a + 1)$, $(4 - a, 2a + 2)$ лежат на одной прямой? В ответе запишите сумму всех найденных значений.

Ответ: 1.

Отборочный тур, 11 класс, 4 вариант

▷ 1. Найдите форму пробки, которая пройдёт сквозь три заданные отверстия, т.е. плотно закроет любое из заданных отверстий. В ответе запишите отношение объёма шара с радиусом $1,5a$ к объёму пробки ($a = 4$ клетки).



Ответ: 54.

▷ 2. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них независимо от остальных может выйти на любом этаже, начиная со второго. Найдите вероятность следующих событий: A — все пассажиры выйдут на четвёртом этаже; B — все пассажиры выйдут на одном и том же этаже; C — все пассажиры выйдут на разных этажах. В ответе запишите число в виде десятичной дроби $\frac{P(A)}{P(B) \cdot P(C)}$.

Ответ: 0,3.

▷ 3. Последовательность (a_n) задана соотношением $\forall n > 3 : a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-3}$; $a_1 = 1$, $a_2 = a_3 = -1$. Найдите $a_{2021} + a_{1921}$.

Ответ: 0.

▷ 4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнения $(a + 18)x^2 + 3ax - 18 = 0$ и $ax^2 + 36x - 36 = 0$ имеют общий корень. В ответе укажите сумму всех найденных значений a .

Ответ: 19.

▷ 5. Найдите сумму всех решений уравнения

$$\sin(\pi(1 + x)) - \sin(2\pi(2 + x)) + \sin(3\pi(3 + x)) = 0,$$

принадлежащие интервалу $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: 5.