

Олимпиада  
школьников по математике  
«ТИИМ-2022»  
Заключительный тур  
13 марта 2022 года  
5 класс



▷ 1. Художник Тюбик вручил Незнайке 2000 рублей и попросил купить альбом и набор красок. Альбом стоил 117 рублей, а набор красок – 166 рублей. Сколько альбомов и наборов красок нужно купить Незнайке, чтобы потратить как можно больше денег?

**Решение:** Исходную сумму можно представить следующим образом:  $2000 = 117 \cdot 10 + 166 \cdot 5$ , а значит, Незнайка сможет потратить все деньги, купив 10 альбомов и 5 наборов красок.

**Ответ:** 10 альбомов и 5 наборов красок.

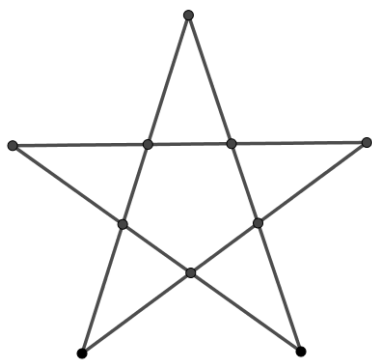
▷ 2. Гусеница длиной в 1 см движется со скоростью  $48 \frac{см}{ч}$ . За какое время она преодолет мост длиной 2022 мм?

**Решение:** Так как длина гусеницы 1 см = 10 мм, и она должна проползти расстояние 2022 мм, то всего ей надо проползти  $2022 + 10 = 2032$  мм. Известно, что скорость гусеницы –  $48 \frac{см}{ч}$ , что после перевода в нужную размерность составит  $480 \frac{мм}{ч}$ . Тогда 2032 мм она проползёт за  $\frac{2032}{480} = 4 \frac{7}{30}$  (час), т.е. за 4 часа 14 мин.

**Ответ:** 4 ч. 14 мин.

▷ 3. Выберите на плоскости 10 точек и проведите через них 5 отрезков одинаковой длины так, чтобы на каждом отрезке было по 4 точки.

**Решение:** Один из возможных вариантов указан на рисунке



▷ 4. Парусник отправляется 13 марта в полдень. Плавание будет продолжаться 2022 часа. Назовите время и дату возвращения парусника в порт.

**Решение:**  $2022 = 24 \cdot 84 + 6$ , то есть плавание будет длиться 84 суток и 6 часов.

В марте 31 день, поэтому с 12:00 13-го по 12:00 31-го числа пройдет ровно 18 суток с начала заплыва. В апреле 30 дней, т.е. к 12:00 30-го апреля пройдет 48 суток; к 12:00 31-го мая пройдет 79 суток с начала заплыва и, наконец, к 12:00 5-го июня пройдет ровно 84 суток. Прибавив оставшиеся 6 часов, получим время возвращения в порт.

**Ответ:** 5 июня в 18:00.

▷ 5. “На часах у нас двенадцать без пяти”. На сколько изменится угол между часовой и минутной стрелками через 222 минуты?

**Решение:** Минутная стрелка за 60 минут проходит полный оборот, значит, её скорость равна 6 градусов в минуту. В то же время часовая стрелка проходит двенадцатую часть круга, т.е. 30 градусов, и её скорость – 0,5 градуса в минуту.

В начальный момент времени часы показывали 11 часов 55 минут. Если принять за “ноль” вертикальное положение стрелок, то положение минутной стрелки будет определяться следующим образом:  $55 \text{ минут} \cdot 6^\circ = 330^\circ$ . Часовая стрелка в начале 11-го часа уже была повернута на  $330^\circ$ , поэтому в указанный момент времени она повернётся ещё на  $55 \text{ минут} \cdot 0,5^\circ = 27,5^\circ$ . Таким образом, угол между часовой и минутной стрелками в начальный момент времени составляет  $\alpha = 27,5^\circ$ .

222 минуты – это 3 часа 42 минуты, т.е. в конечный момент времени часы будут показывать 3 часа 37 минут. Минутная стрелка при этом будет повернута на  $37 \text{ минут} \cdot 6^\circ = 222^\circ$ , а часовая, которая в начале часа была расположена на  $90^\circ$ , через 37 минут окажется под углом  $90^\circ + 37 \text{ минут} \cdot 0,5^\circ = 108,5^\circ$ . Тогда угол между часовой и минутной стрелками составит  $\beta = 222^\circ - 108,5^\circ = 113,5^\circ$ , что на  $86^\circ$  больше угла  $\alpha$ .

**Ответ:** Увеличится на  $86^\circ$ .

▷ 6. В записи восьмизначного числа, состоящего из одних восьмёрок, между некоторыми цифрами поставьте знак сложения так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 1000.

**Решение:** Какие бы числа ни складывались в итоге, цифра единиц у них всегда равна 8. Чтобы в результате сложения последняя цифра суммы оказалась равной нулю, количество таких слагаемых должно быть кратно 5, а поскольку изначально дано восьмизначное число, то единственное подходящее количество – ровно 5. Кроме того, если среди слагаемых нет ни одного трёхзначного, эти пять слагаемых дадут сумму меньше 1000. Зная, что одно из слагаемых должно быть равно 888, и на оставшиеся 4 приходится 5 восьмёрок, получаем единственное возможное разложение:  $888 + 88 + 8 + 8 + 8$ . Нетрудно убедиться, что эта сумма действительно равна 1000.

**Ответ:**  $888 + 88 + 8 + 8 + 8$

▷ 7. На доске написано двадцать единиц и двадцать две двойки. За ход раз-

решается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными – единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра – единица, то выиграл первый игрок, а если двойка, то второй. Кто выиграет при правильной игре, первый или второй? Ответ пояснить.

**Решение:** Если были стёрты две двойки, то количество единиц не изменилось; если были стёрты две единицы – количество единиц уменьшилось на 2; если же были стёрты двойка и единица, то потом на доске появилась новая единица, и общее число единиц снова не изменилось. Таким образом, какой бы ход ни был совершён, чётность числа единиц на доске не меняется.

Изначально на доске было записано чётное число единиц; в конце игры, очевидно, остаётся ровно одна цифра, и поскольку один – нечётное число, то этой цифрой не может быть единица. Значит, при любой игре выигрывает второй игрок.

**Ответ:** Выиграет второй игрок.

▷ 8. К числу 357 приписали справа 3 цифры так, что получившееся шестизначное число делится на 3, 5 и 7 одновременно. Найдите все такие шестизначные числа с различными цифрами.

**Решение:** Так как искомое шестизначное число должно делиться на 3, 5 и 7, а числа 3, 5, 7 – взаимно простые, то искомое число должно делиться на 105.

Заметим, что число  $357000 = 105 \cdot 3400$ , т.е. оно делится на 105. Также на 105 будут делиться числа, которые получаются из числа 357000 последовательным прибавлением числа 105:

357105, 357210, 357315, 357420, 357525, 357630, 357735, 357840, 357945.

Выбираем числа с различными цифрами и получаем ответ.

**Ответ:** 357210, 357420, 357840.

▷ 9. Шерочка (Ш) и Машерочка (М) чистили картофель. Ш очищала в минуту 2 картофелины, а М – 3 картофелины. Вместе они очистили 400 штук. Сколько времени работала каждая девочка, если М проработала на 25 минут больше Ш?

**Решение:** За 25 минут, что М работала одна, она очистила  $25 \cdot 3 = 75$  (картофелин). Значит, работая вместе, девочки очистили  $400 - 75 = 325$  (картофелин). Так как за одну минуту Ш и М вместе очищали  $2 + 3 = 5$  (картофелин), то 325 картофелин они очистили за  $325 : 5 = 65$  (мин). Значит, Ш работала 65 мин, а М  $65 + 25 = 90$  (мин).

**Ответ:** Шерочка работала 65 минут, а Машерочка – 90 минут.

**Примечание:** Кто такие Шерочка с Машерочкой?

Это интересное выражение пришло к нам из тех времен, когда был открыт Смольный институт. Он был построен при монастыре еще до революции.

Здесь обучались в основном девушки из зажиточных семей. В учебном заведении благородных девиц все учителя были строго женского пола. Прислуга

была тоже из женщин. Мужчины допускались только на праздничные мероприятия, и то исключительно по пригласительным билетам на балы.

Поэтому на уроках танцев девушки танцевали парами друг с другом: одна вела за кавалера, а другая – за даму. Обращались в институтах строго на французском языке, и “кавалера” в паре называли *дорогой*, что звучало по-французски «сере», а “даму” – *моя милая*, т.е. «ma chere».

Потом это выражение стали употреблять в уменьшено-ласкательной форме. Вот на наш манер и получилось выражение «шерочка с машерочкой».

▷ 10. Какая фраза без пробелов зашифрована в следующем многозначном числе 4618161118161919101022612131019163113612191155181961471516

3102513646155118193651210, если каждая буква заменена её номером в алфавите русского языка?

**Решение:** Выпишем для наглядности пронумерованный русский алфавит (не забывая, что в русском языке – 33 буквы):

1	а	12	к	23	х
2	б	13	л	24	ц
3	в	14	м	25	ч
4	г	15	н	26	ш
5	д	16	о	27	щ
6	е	17	п	28	ъ
7	ё	18	р	29	ы
8	ж	19	с	30	ь
9	з	20	т	31	э
10	и	21	у	32	ю
11	й	22	ф	33	я

Расставим пробелы так, чтобы были отделены номера букв, определяющие однозначно:

4 6 18 16 1118 16 19 19 10 10 226 121310 19 16 3113 6 1219 115 5 18

19 6 14 7 15 16 310 25 13 6 4 6 15 5 118 19 3 6 5 12 10

Будем подставлять буквы, предполагая, что двузначные числа в получившейся записи – это одна буква (если вдруг окажется, что там зашифрованы две буквы, первая из которых – “а”, это будет легко исправить). Получим следующий промежуточный результат:

г е р о 1118 о с с и и 226 121310 с о 3113 е 1219 115 д р

с е м ё н о 310 ч л е г е н д 118 с в е д к и

Остальное подставляем методом подбора (последнее число 19, как оказывается, на самом деле – 1 и 9).

**Ответ:** Герой России Феклисов Александр Семёнович легенда разведки.

**Примечание:** На протяжении многих лет в зале вашингтонского ресторана «Occidental» висела бронзовая табличка, на которой было написано: «В напряжённый период Кубинского кризиса, октябрь 1962 года, за этим столом состоялась беседа таинственного русского «мистера Х» с корреспондентом телевизионной компании АВС Джоном Скали. На основе этой встречи угроза ядерной войны была предотвращена». Рядом с надписью висела фотография

корреспондента, но нет ни имени, ни изображения его собеседника.

Спустя годы тайна открылась. Таинственный «мистер Х» — резидент советской политической разведки Александр Фомин, подлинное имя — Александр Семенович Феклисов.



Ссылки для интересующихся:

[https://warheroes.ru/hero/hero.asp?Hero\\_id=4853](https://warheroes.ru/hero/hero.asp?Hero_id=4853)