

▷ 1. Найти сумму всех таких векторов  $\vec{l}(x, y)$ , координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 6y \leq 0, \\ y^2 - 2xy + 9 \leq 0. \end{cases}$$

В ответе запишите квадрат длины найденной суммы.

Ответ: 36.

▷ 2. Решить уравнение  $(13x^2 + 2x - 14) \arccos x = 0$ . Пусть  $a$  - наименьший корень уравнения, а  $b$  - наибольший корень. Чему равно  $(13a + b)^2$ ?

Ответ: 183.

▷ 3. На базе имелось три вида наборов флажков: белых, красных, синих (в набор каждого вида входят флажки одного цвета). Спортивный лагерь купил для игры "Зарница" по одному набору белых и красных флажков и 4 набора синих (из расчёта по одному флажку на каждого ребёнка). При этом оказалось, что общее количество флажков больше, чем количество детей, на 2. Если бы было куплено 4 набора белых и один синих флажков, то 55 детям флажков бы не досталось. Если купить 4 набора красных флажков и один синих, то общее число флажков будет на 39 меньше числа детей. Сколько детей было в лагере, если, купив по три набора флажков каждого цвета, лагерь бы не обеспечил бы всех детей флажками?

Ответ: 82.

▷ 4. Стороны треугольника  $a, b, c$  связаны соотношением

$$25a^2 + 41b^2 + 34c^2 \leq 30ab + 40ac + 24bc.$$

Найдите  $k = \frac{R}{r}$  отношение радиусов вписанной и описанной окружностей данного треугольника. В ответе запишите  $2k$ .

Ответ: 5

▷ 5. Груз вначале погрузили в вагоны вместимостью по 80 тонн, но один вагон остался загружен не полностью. Тогда весь груз переложили в вагоны вместимостью по 60 тонн, однако понадобилось на 8 вагонов больше и при этом все равно один вагон остался не полностью загруженным. Наконец, груз переложили в вагоны вместимостью по 50 тонн, однако понадобилось ещё на 5 вагонов больше. При этом все вагоны оказались полностью загружены. Сколько было тонн груза?

Ответ: 1750.

▷ 6. Основание треугольника делится высотой на отрезки 36 см и 14 см. Перпендикулярно к основанию проведена прямая, делящая площадь треугольника пополам. На какие отрезки эта прямая разбила основание треугольника? В ответе укажите произведение длин, найденных отрезков.

Ответ: 600.

▷ 7. При каких трехзначных натуральных  $n$  остаток от деления числа  $A_n = n^5 - 5n^4 - 25n^3 + 5n^2 - 26n$  на 120 принимает наибольшее значение. Если таких чисел  $n$  несколько, то в ответе запишите сумму наибольшего и наименьшего из найденных значений.

Ответ: 1099.

▷ 8. Для целых  $x$  решить уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80}\right)\right) = 1.$$

В ответе записать разность между наибольшим и наименьшим из найденных решений.

Ответ: 18.

▷ 9. При каких натуральных  $n$  число

$$m = \frac{3n + 6}{2n + 1}$$

является целым? В ответе запишите сумму квадратов всех найденных  $n$ .

Ответ: 17.

▷ 10. Сумма цифр двузначного числа равна 7. Если к каждой цифре прибавить по 2, то получится число, на 3 меньше удвоенного первоначального числа. Найти это число.

Ответ: 25.

▷ 1. Найти сумму всех таких векторов  $\vec{l}(x, y)$ , координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + 4 \leq 0, \\ y^2 - 4y - 4x \leq 0. \end{cases}$$

В ответе запишите квадрат длины найденной суммы.

Ответ: 16.

▷ 2. Решить уравнение  $(17x^2 + 2x - 18) \arcsin x = 0$ . Пусть  $a$  - наименьший корень уравнения, а  $b$  - наибольший корень. Чему равно  $(17b + 1)^2$ ?

Ответ: 307.

▷ 3. При отделке квартир в новом доме в качестве наружных могут использоваться три типа деревянных дверей, поставляемых в комплектах (в каждом комплекте некоторое количество дверей одного типа). На стройку были привезены комплекты дверей: по одному комплекту первого и второго типов и четыре комплекта третьего типа. Оказалось, что количество наружных дверей в квартирах дома больше, чем общее количество дверей в поставленных комплектах, на 2. Если бы поставили четыре комплекта второго типа и один третьего, то 44 квартиры остались бы без дверей. Если поставить четыре комплекта первого типа и один третьего, то 60 квартир окажутся без наружных дверей. Известно, что какое-то количество квартир может остаться без дверей, если поставить по три комплекта дверей каждого типа. Сколько квартир в доме?

Ответ: 92.

▷ 4. Стороны треугольника  $a, b, c$  связаны соотношением

$$169a^2 + 313b^2 + 194c^2 \leq 130ab + 312ac + 120bc.$$

Найдите  $k = \frac{R}{r}$  отношение радиусов описанной и вписанной окружностей данного треугольника. В ответе запишите  $4k$ .

Ответ: 13

▷ 5. Имеется некоторое количество проволоки. Если её намотать на катушки, на которых уместается по 800 метров проволоки, то одна катушка будет намотана не полностью. То же самое произойдёт, только катушками, на которых уместается по 900 метров проволоки, причём таких катушек понадобится на 3 меньше. Если же проволоку наматывать только на катушки, на которых уместается по 1100 метров проволоки, то таких катушек понадобится ещё на 6 штук меньше, но при этом все такие катушки будут намотаны не полностью. Сколько было метров проволоки?

Ответ: 25300.

▷ 6. Высота треугольника, равная 4 см, делит основание на две части в отношении 1:8. Найти длину отрезка, параллельного этой высоте и делящего треугольник на равные по площади части.

Ответ: 3.

▷ 7. При каких двузначных натуральных  $n$  остаток от деления числа  $B_n = n^6 + 59n^2$  на 60 принимает наибольшее значение. Если таких чисел  $n$  несколько, то в ответе запишите сумму наибольшего и наименьшего из найденных значений.

Ответ: 109.

▷ 8. Для целых  $x$  решить уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\left(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800}\right)\right) = 1.$$

В ответе записать разность между наибольшим и наименьшим из найденных решений.

Ответ: 24.

▷ 9. При каких натуральных  $n$  число

$$m = \frac{3n^2 + 5n + 2}{2n + 3}$$

также будет натуральным? В ответе запишите сумму квадратов всех найденных  $n$ .

Ответ: 1.

▷ 10. Двузначное число, делённое на сумму своих цифр, даёт в частном 4 и в остатке 3, если цифры этого числа переставить, то получится число на 5 больше шестерённой суммы его цифр. Найти число.

Ответ: 35.

▷ 1. Найти сумму всех таких векторов  $\vec{l}(x, y)$ , координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} 1 - 2xy \leq 0, \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y \leq 0. \end{cases}$$

В ответе запишите квадрат длины найденной суммы.

Ответ: 2.

▷ 2. Решить уравнение  $(15x^2 + 2x - 16) \arccos x = 0$ . Пусть  $a$  - наименьший корень уравнения, а  $b$  - наибольший корень. Чему равно  $(15a + b)^2$ ?

Ответ: 241.

▷ 3. В киоске продаются три вида наборов игрушек: деревянных, пластиковых и мягких. Детский клуб купил по одному набору деревянных и пластиковых игрушек и 4 набора мягких. При этом количество игрушек совпало с количеством детей в клубе. Если бы было куплено 4 набора деревянных и 1 набор мягких игрушек, то 57 детям игрушек бы не досталось. Количество игрушек, составляющих 4 набора пластиковых и один мягких, на 41 меньше числа детей. Сколько детей было в клубе, если, купив по 3 набора игрушек каждого вида, клуб не обеспечил бы всех детей игрушками?

Ответ: 84.

▷ 4. Стороны треугольника  $a, b, c$  связаны соотношением

$$289a^2 + 514b^2 + 353c^2 \leq 272ab + 510ac + 240bc.$$

Найдите  $k = \frac{R}{r}$  отношение радиусов описанной и вписанной окружностей данного треугольника. В ответе запишите  $6k$ .

Ответ: 17.

▷ 5. Жидкость налита в бутылки вместимостью по 40 литров, при этом одна из бутылей оказалась не совсем полной. Если же эту жидкость перелить в бутылки вместимостью по 50 литров, то такие бутылки будут заполнены полностью, но при этом понадобится на 5 бутылей меньше. Если же эту жидкость перелить по бутылкам вместимостью по 70 литров, то понадобится ещё меньше на 4 бутылки. При этом опять одна бутылка будет не совсем полной. Сколько было литров жидкости?

Ответ: 850.

▷ 6. Высота треугольника делит основание на отрезки 8 см и 64 см. Прямая, перпендикулярная основанию, делит треугольник на равные по площади части. В каком отношении  $\frac{m}{n}$  находятся длина высоты и длина отрезка, делящего треугольник на две равновеликие части? В ответе запишите значение  $\frac{m+n}{m-n}$ .

Ответ: 15.

▷ 7. При каких трёхзначных натуральных  $n$  остаток от деления числа  $n = n^5 - 125n^3 + 4n$  на 120 принимает наибольшее значение. Если таких чисел  $n$  несколько, то в ответе запишите сумму наибольшего и наименьшего из найденных значений.

Ответ: 1099.

▷ 8. Для целых  $x$  решить уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{10}\left(3x - \sqrt{9x^2 - 80x - 40}\right)\right) = 1.$$

В ответе записать разность между наибольшим и наименьшим из найденных решений.

Ответ: 46.

▷ 9. При каких натуральных  $n$  число

$$m = \frac{2n^2 + 5n + 4}{n + 2}$$

является натуральным? В ответе запишите сумму квадратов всех найденных  $n$ .

Ответ: 1.

▷ 10. Сумма двух чисел, умноженная на сумму квадратов этих чисел, равна 369, а разность их, умноженная на разность их квадратов, равна 9. Найти числа. В ответе запишите  $x^3 + y^3$ .

Ответ: 189.

▷ 1. Найти сумму всех таких векторов  $\vec{l}(x, y)$ , координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} 2xy + 6x + 9 \leq 0, \\ x^2 + y^2 + 6y \leq 0. \end{cases}$$

В ответе запишите квадрат длины найденной суммы.

Ответ: 36.

▷ 2. Решить уравнение  $(22x^2 + 2x - 23) \arcsin x = 0$ . Пусть  $a$  - наименьший корень уравнения, а  $b$  - наибольший корень. Чему равно  $(22b + 1)^2$ ?

Ответ: 507.

▷ 3. Садовник подготовил в теплице лунки для выращивания помидоров (по одной лунке на растение). В питомнике продавалась рассада помидоров трёх типов (в каждом ящике одного типа - некоторое количество растений одного сорта). У него хватило денег, чтобы купить по одному ящику рассады 1-го и 2-го сорта и 4 ящика рассады 3-го сорта. При посадке оказалось, что общее количество лунок больше, чем количество растений, на 2. Если бы он купил 4 ящика рассады 1-го сорта и один ящик рассады 3-го сорта, то 60 лунок остались бы пустыми. Если купить 4 ящика 2-го сорта и один 3-го, то 44 лунки останутся пустыми. Какое-то количество лунок останутся пустыми, если даже он купит по 3 ящика рассады каждого сорта. Сколько лунок заготовил садовник?

Ответ: 92.

▷ 4. Стороны треугольника  $a, b, c$  связаны соотношением

$$625a^2 + 1201b^2 + 674c^2 \leq 350ab + 120ac + 408bc.$$

Найдите  $k = \frac{R}{r}$  отношение радиусов описанной и вписанной окружностей данного треугольника. В ответе запишите  $3k$ .

Ответ: 25.

▷ 5. Группу людей попытались посторить в колонну по 8 человек в ряд, но один ряд оказался неполным. Когда ту же группу людей построили по 7 человек в ряд, то все ряды оказались полными, а число рядов оказалось на 2 больше. Если бы тех же людей построили по 5 человек в ряд, то рядов было бы ещё на 7 больше, причём один ряд был бы неполным. Сколько людей было в группе?

Ответ: 119.

▷ 6. Высота треугольника делит основание на две части 7:25. Перпендикулярно к основанию проведена прямая, делящая площадь треугольника пополам. Насколько большая часть превосходит меньшую часть основания, если она равна 100 см?

Ответ: 25.

▷ 7. При каких двузначных натуральных  $n$  остаток от деления числа  $D_n = n^5 + 115n^3 + 4n$  на 120 принимает наибольшее значение. Если таких чисел  $n$  несколько, то в ответе запишите сумму наибольшего и наименьшего из найденных значений.

Ответ: 109.

▷ 8. Для целых  $x$  решить уравнение

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80}\right)\right) = 0.$$

В ответе записать разность между наибольшим и наименьшим из найденных решений.

Ответ: 33.

▷ 9. Найдите сумму всех двузначных натуральных  $n$ , при которых выражение

$$m = \frac{3n^2 - 26n + 35}{4n - 28}$$

целое?

Ответ: 2475.

▷ 10. Сумма цифр трёхзначного числа равна 11, а сумма квадратов тех же цифр 45. Если от искомого числа отнять 198, то получится число, написанное в обратном порядке. Найти это число.

Ответ: 452.