Отборочный тур, 10 класс, 1 вариант

▷ **6. Площадь трапеции $ABCD$ равна S. Основание AB в 7 раз длиннее основания CD. На стороне AD выбрана точка K такая, что площадь треугольника ABK в два раза меньше площади треугольника BCK. Найти площадь треугольника CDK. В ответе запишите найденное значение при $S = 10240$.**

Ответ: 832.

▷ **7. Разность арифметической прогрессии равна $\frac{1}{9}$. Определить её первый член a_1, если известно, что он лежит в интервале $(12; 15)$, и существует число n такое, что отношение суммы первых n членов прогрессии к сумме последующих $n-1$ членов равно $1 - \frac{1}{n}$. В ответе записать $225a_1$.**

Ответ: 3000.

▷ **8. На юбилее города Нью-Васюки известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 50 % партий и проиграл несколько партий. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 25 %, 21 партию проиграл и 30 партий закончил вничью. Найдите наименьшее число досок, на которых шла игра.**

Ответ: 138.

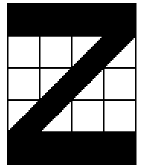
▷ **9. Найдите целую часть наибольшего значения функции на промежутке $(0; 2024)$, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(x) - 2f(\frac{2}{x}) = x + 1$.**

Ответ: -3.

▷ **10. Назовем множество чисел X симметричным, если в нем можно выбрать некоторое число m так, что для любого элемента x из множества X число $2m - x$ тоже является его элементом. Александр очень любит симметричные множества, поэтому сегодня он хочет узнать, сколько существует симметричных множеств, состоящих ровно из 5 натуральных чисел от 1 до 100 (включительно). Однако у Александра много дел, и у него мало времени. Помогите Александру успеть выполнить все дела и найдите количество указанных симметричных множеств.**

Ответ: 32500.

▷ **1.** Мальчик разукрасил клетчатую скатерть (см. рис.).



На этот стол случайным образом садится муха. Какова вероятность того, что муха сядет на узор? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: 0.55.

▷ **2.** Зададим операции $\wedge$, $\bigoplus$ и $\vee$ с помощью таблиц:

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

Пусть имеется последовательность $\{a_n\}$, состоящая из нулей и единиц. Известно, что $a_1 = a_2 = 1$, а про следующие члены последовательности известно: $a_3 = a_1 \bigoplus a_2$, $a_4 = a_3 \vee a_2$, $a_5 = a_4 \wedge a_3$, затем снова $a_6 = a_5 \bigoplus a_4$, $a_7 = a_6 \vee a_5$, $a_8 = a_7 \wedge a_6$ и так далее. Найдите шесть последовательных членов, начиная с a_{2024}.

Ответ: 101011.

▷ **3.** Пусть
$$a = \sqrt{2023} - \sqrt{2024}.$$
Вычислите значение $a^2 + \frac{1}{a^2}$.

Ответ: 8094.

▷ **4.** Сумма длин сторон AB, BC треугольника ABC равна 11, величина угла ABC равна 60°. Радиус окружности, вписанной в треугольник ABC, равен $2/\sqrt{3}$. Известно, что длина стороны AB больше длины стороны BC. Найдите квадрат длины высоты треугольника ABC, опущенной из вершины A.

Ответ: 48.

▷ **5.** Найдите наибольшее и наименьшее пятизначные числа, делящиеся на 7, которые при делении на 2, 3, 4, 5 и 6 дают одинаковый остаток 1. В ответе укажите разность между наибольшим и наименьшим найденными числами.

Ответ: 87360.

Отборочный тур, 10 класс, 2 вариант

▷ **6. Прямая OA, где O — центр вписанной окружности треугольника ABC, пересекает сторону BC в точке D. Периметр треугольника в три раза больше одной из его сторон. Найти радиус R описанной окружности треугольника ABC, если известно, что самая короткая сторона равна 4 и $OD : OA = 2 : 3$. В ответе запишите значение $7R^2$.**

Ответ: 64.

▷ **7. Определить число членов конечной арифметической прогрессии, если известно, что первый её член положительный, в 15 раз больше одного из членов прогрессии и равен сумме её последних шести членов.**

Ответ: 16.

▷ **8. Известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 50 % партий, но проиграл 20. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 25 %, 10 партий проиграл и несколько партий закончил вничью. Найдите наименьшее значение $n + d$, где n — количество партий, сведенных в ничью, а d — число досок, на которых проходил сеанс.**

Ответ: 74.

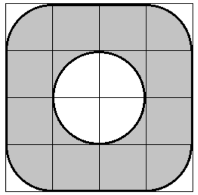
▷ **9. Найдите сумму всех нулей функции, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(x) - 2f(\frac{x-1}{x}) = x + 1$.**

Ответ: -8.

▷ **10. Назовем множество чисел X симметричным, если в нем можно выбрать некоторое число m так, что для любого элемента x из множества X число $2m - x$ тоже является его элементом. Александр очень любит симметричные множества, поэтому сегодня он хочет узнать, сколько существует симметричных множеств, состоящих ровно из 7 натуральных чисел от 1 до 51 (включительно). Однако у Александра много дел, и у него мало времени. Помогите Александру успеть выполнить все дела и найдите количество указанных симметричных множеств.**

Ответ: 27600.

▷ **1. Мальчик разукрасил клетчатую скатерть (см. рис.).**



Криволинейные части границы представляют собой дуги окружности единичного радиуса. На этот стол случайным образом садится муха. Какова вероятность того, что муха сядет на узор? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: 0.75.

▷ **2. Зададим операции $\wedge$, $\bigoplus$ и $\vee$ с помощью таблиц:**

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\bigoplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

Пусть имеется последовательность $\{a_n\}$, состоящая из нулей и единиц. Известно, что $a_1 = a_2 = 1$, а про следующие члены последовательности известно: $a_3 = a_1 \wedge a_2$, $a_4 = a_3 \bigoplus a_2$, $a_5 = a_4 \vee a_3$, затем снова $a_6 = a_5 \wedge a_4$, $a_7 = a_6 \bigoplus a_5$, $a_8 = a_7 \vee a_6$ и так далее. Найдите шесть последовательных членов, начиная с a_{2024}.

Ответ: 110101.

▷ **3. Пусть $b = \sqrt{223} + \sqrt{224}$. Вычислите значение $b^2 + \frac{1}{b^2}$.**

Ответ: 894.

▷ **4. Площадь треугольника ABC равна $15\sqrt{3}$. Величина угла BAC равна $120°$. Величина угла ABC больше величины угла ACB. Расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, равно 2. Найдите квадрат длины медианы треугольника ABC, проведенной из вершины B.**

Ответ: 19.

▷ **5. Найдите наибольшее и наименьшее пятизначные числа, кратные 13, которые при делении на 3, 4, 5, 6 и 7 дают одинаковые остатки 2. В ответе укажите разность между найденными наибольшим и наименьшим числами.**

Ответ: 81900.

▷ **6. Площадь трапеции $ABCD$ равна S. Основание BC в 5 раз короче основания AD. На стороне AB выбрана точка M такая, что площадь треугольника ADM в два раза больше площади треугольника CDM. Найти площадь треугольника BCM. В ответе запишите найденное значение при $S = 156$.**

Ответ: 6.

▷ **7. Разность арифметической прогрессии равна $\frac{1}{10}$. Определить её первый член a_1, если известно, что он лежит в интервале $(10; 12)$, и существует число n такое, что отношение суммы первых $n+1$ членов прогрессии к сумме последующих n членов равно $\frac{n}{n+1}$. В ответе записать $20a_1$.**

Ответ: 210.

▷ **8. На юбилее города Нью-Васюки известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 35 % партий, проиграл несколько партий и ни одной не сыграл вничью. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 25 %, 14 партий проиграл и 25 партий закончил вничью. Найдите наименьшее число досок, на которых шла игра.**

Ответ: 100.

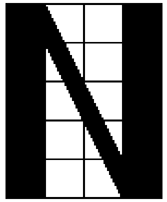
▷ **9. Найдите сумму всех нулей функции, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(1-\frac{1}{x}) - 2f(\frac{1}{1-x}) = x+1$. Ответ запишите в виде десятичной дроби.**

Ответ: -4.5.

▷ **10. Назовем множество чисел X симметричным, если в нем можно выбрать некоторое число m так, что для любого элемента x из множества X число $2m - x$ тоже является его элементом. Александр очень любит симметричные множества, поэтому сегодня он хочет узнать, сколько существует симметричных множеств, состоящих ровно из 9 натуральных чисел от 1 до 48 (включительно). Однако у Александра много дел, и у него мало времени. Помогите Александру успеть выполнить все дела и найдите количество указанных симметричных множеств.**

Ответ: 85008.

▷ **1. Мальчик разукрасил клетчатую скатерть (см. рис.).**



На этот стол случайным образом садится муха. Какова вероятность того, что муха сядет на узор? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: 0.6.

▷ **2. Зададим операции $\wedge$, $\bigoplus$ и $\vee$ с помощью таблиц:**

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

Пусть имеется последовательность $\{a_n\}$, состоящая из нулей и единиц. Известно, что $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, а про следующие члены последовательности известно: $a_3 = a_1 \wedge a_2$, $a_4 = a_3 \bigoplus a_2$, $a_5 = a_4 \vee a_3$, затем снова $a_6 = a_5 \wedge a_4$, $a_7 = a_6 \bigoplus a_5$, $a_8 = a_7 \vee a_6$ и так далее. Найдите шесть последовательных членов, начиная с a_{2024}.

Ответ: 101110.

▷ **3. Пусть $c = \sqrt{224} - \sqrt{223}$. Вычислите значение $\left(c^3 + \frac{1}{c^3}\right)\frac{1}{\sqrt{14}}$.**

Ответ: 7144.

▷ **4. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC длина боковой стороны AB равна 2. Биссектриса угла BAD пересекает прямую BC в точке E. В треугольник ABE вписана окружность, касающаяся стороны AB в точке M и стороны BE в точке N. Длина отрезка MN равна 1. Найдите величину угла BAD в градусах.**

Ответ: 120.

▷ **5. Найдите наибольшее и наименьшее пятизначные числа, кратные 7, которые при делении на 2, 3, 4, 5 и 11 дают одинаковый остаток 1. В ответе укажите разность между найденными наибольшим и наименьшим числами.**

Ответ: 87780.

Отборочный тур, 10 класс, 4 вариант

▷ **6. Прямая OA, где O — центр вписанной окружности треугольника ABC, пересекает сторону BC в точке D. Периметр треугольника в три раза больше одной из его сторон. Найти радиус R описанной окружности треугольника ABC, если известно, что самая длинная сторона равна 7 и $OD : OA = 1 : 4$. В ответе запишите значение $6R^2$.**

Ответ: 98.

▷ **7. Определить число членов конечной арифметической прогрессии, если известно, что первый её член положительный, в 51 раз больше одного из членов прогрессии и равен сумме её последних шести членов.**

Ответ: 12.

▷ **8. Известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 55 % партий, но проиграл 15. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 35 %, 13 партий проиграл и несколько партий закончил вничью. Найдите наименьшее значение $n + d$, где n — количество партий, сведенных в ничью, а d — число досок, на которых проходил сеанс.**

Ответ: 365.

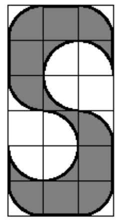
▷ **9. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями на отрезке $[0; 3]$ функции, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(x)+2f(1-x) = x^2$. Ответ запишите в виде несократимой обыкновенной дроби.**

Ответ: $\frac{4}{3}$.

▷ **10. Назовем множество чисел X симметричным, если в нем можно выбрать некоторое число m так, что для любого элемента x из множества X число $2m - x$ тоже является его элементом. Александр очень любит симметричные множества, поэтому сегодня он хочет узнать, сколько существует симметричных множеств, состоящих ровно из 11 натуральных чисел от 1 до 35 (включительно). Однако у Александра много дел, и у него мало времени. Помогите Александру успеть выполнить все дела и найдите количество указанных симметричных множеств.**

Ответ: 30940.

▷ **1. Мальчик разукрасил клетчатую скатерть (см. рис.).**



Криволинейные части границы представляют собой дуги окружности единичного радиуса. На этот стол случайным образом садится муха. Какова вероятность того, что муха сядет на узор? Вероятность представить в виде обыкновенной несократимой дроби $\frac{m}{n}$. В ответе запишите значение $2\frac{n+m}{n-m}$.

Ответ: 7.

▷ **2. Зададим операции $\wedge$, $\bigoplus$ и $\vee$ с помощью таблиц:**

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

Пусть имеется последовательность $\{a_n\}$, состоящая из нулей и единиц. Известно, что $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, а про следующие члены последовательности известно: $a_3 = a_1 \vee a_2$, $a_4 = a_3 \wedge a_2$, $a_5 = a_4 \bigoplus a_3$, затем снова $a_6 = a_5 \vee a_4$, $a_7 = a_6 \wedge a_5$, $a_8 = a_7 \bigoplus a_6$ и так далее. Найдите шесть последовательных членов, начиная с a_{2024}.

Ответ: 111010.

▷ **3. Пусть $d = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$. Вычислите значение $d^2 + \frac{1}{d^2}$.**

Ответ: 2.

▷ **4. Основание равнобедренного треугольника равно b, а угол при основании равен α. Прямая пересекает продолжение основания в точке M под углом β и делит пополам ближайшую к M боковую сторону треугольника. Найти площадь четырёхугольника, отсекаемого прямой от данного треугольника. В ответе запишите $[S]$, где $[S]$ — целая часть числа S, при $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $b = 5$.**

Ответ: 5.

▷ **5. Найдите наибольшее и наименьшее пятизначные числа, делящиеся на 11, которые при делении на 4, 5, 6, 7 и 8 дают одинаковые остатки 3. В ответе укажите разность между наибольшим и наименьшим найденными числами.**

Ответ: 83160.