

Отборочный тур, 8 класс, 1 вариант

▷ 6. Если $d \otimes b = \frac{d-2bd+b^2}{b}$, то чему равно число $((0 \otimes 1) \otimes 1) \otimes 1$?

Ответ: 1.

▷ 7. Три экскаватора разной производительности рыли котлован. Если бы производительность первого была в 2 раза, а третьего — в 3 раза больше, чем в действительности, то котлован был бы вырыт за 6 дней. Если бы производительность первого была в 3 раза, второго — в 2 раза, а третьего — в 4 раза больше, чем в действительности, то котлован был бы вырыт за $3\frac{3}{4}$ дня. За сколько дней котлован был вырыт в действительности?

Ответ: 10.

▷ 8. Яна загадала Леониду два натуральных числа, а после сделала два следующих утверждения: произведение этих чисел имеет 5 делителей без учёта самого числа, а их разность равна 336. Помогите Леониду отгадать эти числа. В ответе укажите сумму найденных чисел.

Ответ: 722.

▷ 9. Найти число делителей числа 4410.

Ответ: 36.

▷ 10. Найдите наименьшее a , при котором существует единственное решение уравнения $3 - a |x - 1| = 2x^2 + x$.

Ответ: 5.

▷ 1. Имеются отрезки с длинами 24 , $2n$, $4n$. Найдите сумму всех натуральных n , при которых можно построить треугольник с такими отрезками.

Ответ: 56.

▷ 2. Изготовлены два куба — один из меди, другой из стали. Ребро медного куба на 20 % больше ребра стального куба. На сколько процентов (P) медный куб тяжелее стального? (Удельная плотность меди на 10 % больше удельной плотности стали.) В ответе укажите $100P$.

Ответ: 9008.

▷ 3. Среди коренного населения острова 30 % говорят по-немецки. Летом население острова увеличивается на 75 % за счёт приезжих немцев. Сколько процентов населения острова говорит по-немецки летом?

Ответ: 60.

▷ 4. На координатной плоскости изображен квадрат, одна из вершин которого находится в точке $A(0, 5)$, а центр симметрии квадрата находится в начале координат. Найдите все точки с рациональными координатами, находящиеся на границе этого квадрата, произведение координат которых есть квадрат натурального числа. Выберите среди них точку (x, y) с положительными координатами, ближайшую к оси OX , и в ответе укажите значение выражения $x - y$.

Ответ: 3.

▷ 5. Сколько десятичных знаков после запятой имеет значение выражения $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{2024}}$?

Ответ: 2024.

Отборочный тур, 8 класс, 2 вариант

▷ 6. Если $c \otimes d = \frac{c^2+d^2-2c}{d+1}$, то чему равна сумма корней уравнения $1 \otimes ((1 \otimes x) \otimes 0) = x \otimes 0$?

Ответ: 1.

▷ 7. Трое рабочих должны сделать некоторое количество деталей за определенное время. Если бы первый рабочий работал половину отведенного времени, второй — $\frac{1}{3}$ часть отведенного времени, а третий — $\frac{1}{4}$ часть, то они сделали бы 37 деталей. Если бы первый работал $\frac{1}{6}$ часть, второй — $\frac{1}{10}$ часть, а третий — $\frac{1}{15}$ часть отведенного времени, то они сделали бы 11 деталей. Какое количество деталей сделали бы трое рабочих вместе, если бы работали все отведенное время?

Ответ: 114.

▷ 8. Женя загадала Стёпе два натуральных числа, а после сказала два следующих утверждения: произведение этих чисел имеет 12 делителей без учёта самого числа, а их разность равна 240. Помогите Стёпе отгадать эти числа. В ответе укажите сумму найденных чисел.

Ответ: 272.

▷ 9. Найти число делителей числа 2024.

Ответ: 16.

▷ 10. Найдите наибольшее значение a , при котором уравнение $3x^2 + 4x = a|x+2| + 4$ имеет ровно два решения.

Ответ: 8.

▷ 1. Имеются отрезки с длинами 225, $20n$, $25n$. Найдите сумму всех натуральных n , при которых можно построить треугольник с такими отрезками.

Ответ: 975.

▷ 2. Три бригады начали одновременную пахоту. Установленная планом ежедневная норма первой бригады так относится к норме второй бригады, как $5 : 4$, а второй и третьей — как 2 к $1,5$. Первая бригада увеличила ежедневную норму на 10% , вторая бригада на 20% , а третья, как и первая, на 10% . В результате к одному сроку первая бригада вспахала на 14 га больше второй бригады. Предположим, что первая бригада вспахала к этому сроку A га, а вторая и третья — B и C га, соответственно. В ответе укажите $A + 2B + 3C$.

Ответ: 500.

▷ 3. Среди коренного населения острова 68% говорят по-английски. Летом население острова увеличивается на 28% за счёт приезжих англичан. Сколько процентов населения острова говорит по-английски летом?

Ответ: 75.

▷ 4. На координатной плоскости изображен квадрат, одна из вершин которого находится в точке $A(13, 0)$, а центр симметрии квадрата находится в начале координат. Найдите все точки с рациональными координатами, находящиеся на границе этого квадрата, произведение координат которых есть квадрат натурального числа. В ответе укажите квадрат наименьшего возможного расстояния от этих точек до начала координат.

Ответ: 97.

▷ 5. Сколько десятичных знаков после запятой имеет значение выражения $\frac{1}{8} + \frac{1}{512} + \dots + \frac{1}{8^{2025}}$?

Ответ: 6075.

Отборочный тур, 8 класс, 3 вариант

- ▷ 6. Если $b \otimes c = \frac{b^2 - c^2 + 2c}{c+1}$, то чему равна сумма корней уравнения $((0 \otimes x) \otimes 2) \otimes 0 = 9$?

Ответ: 5.

- ▷ 7. Товары A, B, C куплены за некоторую сумму денег. Если бы товар A стоил в 5 раз дешевле, товар B — в 2 раза дешевле, товар C — в 2,5 раза дешевле, то та же покупка стоила бы 8000 рублей. Если бы по сравнению с первоначальной стоимостью товар A стоил в 2 раза дешевле, товар B — в 4 раза дешевле, товар C — в 3 раза дешевле, то затраты составили бы 12000 рублей. Сколько стоит покупка?

Ответ: 28000.

- ▷ 8. Ксюша загадала Андрею два натуральных числа, а после сказала два следующих утверждения: произведение этих чисел имеет 11 делителей без учёта самого числа, а их разность равна 2047. Помогите Андрею отгадать эти числа. В ответе укажите сумму найденных чисел.

Ответ: 2049.

- ▷ 9. Сколько различных чисел можно получить, переставляя цифры числа 123456789, при условии, что в каждой такой перестановке как все четные цифры, так и все нечетные будут идти в возрастающем порядке?

Ответ: 126.

- ▷ 10. Найдите наибольшее целое a , при котором уравнение

$$2x^2 - 3x + a | x + 1 | = 5$$

имеет ровно три решения.

Ответ: -8.

- ▷ 1. Имеются отрезки с длинами 224, $21n$, $26n$. Найдите сумму всех натуральных n , при которых можно построить треугольник с такими отрезками.

Ответ: 980.

- ▷ 2. Изготовлены два куба — один из свинца, другой из стали. Ребро куба из свинца на 20 % меньше ребра стального куба. На сколько процентов (P) свинцовий куб легче стального? (Удельная плотность свинца на 45 % больше удельной плотности стали.) В ответе укажите $200P$.

Ответ: 5152.

- ▷ 3. Среди некоренного населения острова 5 % говорят по-русски. Зимой население острова увеличивается на 25 % за счёт приезжих русских туристов. Сколько процентов населения острова говорит по-русски зимой?

Ответ: 24.

- ▷ 4. На координатной плоскости изображен квадрат, одна из вершин которого находится в точке $A(-17, 0)$, а центр симметрии квадрата находится в начале координат. Найдите все точки с рациональными координатами, находящиеся на границе этого квадрата, произведение координат которых есть квадрат натурального числа. В ответе укажите наибольший модуль разности абсциссы и ординат этих точек.

Ответ: 15.

- ▷ 5. Сколько десятичных знаков после запятой имеет значение выражения $\frac{1}{25} + \frac{1}{625} + \dots + \frac{1}{25^{2024}}$?

Ответ: 4048.

Отборочный тур, 8 класс, 4 вариант

▷ 6. Если $a \otimes b = \frac{b+ab-a}{a+1}$, то чему равна сумма квадратов корней уравнения $((0 \otimes x) \otimes 1) \otimes 0 = -x$?

Ответ: 6.

▷ 7. Имеется три типа станков различной производительности. При этом 3 станка первого типа, 4 — второго и 2 — третьего справляются со всей работой за 15 часов; 2 станка первого типа, 5 — второго и 3 — третьего справляются с работой за 12 часов. Объем работы увеличили в 3,5 раза, но взяли 21 станок первого типа, 42 — второго и 24 — третьего. За какое время они выполнили этот объем работы?

Ответ: 5.

▷ 8. Ксюша загадала Андрею два натуральных числа, а после сказала два следующих утверждения: произведение этих чисел имеет 13 делителей без учёта самого числа, а их разность равна 8191. Помогите Андрею отгадать эти числа. В ответе укажите сумму найденных чисел.

Ответ: 8193.

▷ 9. Отец оставил в наследство коллекцию из 12 редких различных монет. Каким числом способов можно поровну разделить её между тремя наследниками?

Ответ: 34650.

▷ 10. При каком наименьшем a уравнение $2 + 5x - 3x^2 = a | x - 2 |$ имеет единственное решение?

Ответ: 7.

▷ 1. Имеются отрезки с длинами 2024, $20n$, $25n$. Найдите сумму всех натуральных n , при которых можно построить треугольник с такими отрезками.

Ответ: 80820.

▷ 2. За 1 квартал завод выполнил 26 % годового плана, а количество продукции, выполненное за II, III и IV кварталы, пропорционально числам 6.5 : 7.8 : 9.1. Определить, на сколько процентов перевыполнил завод план, если во II квартале завод дал продукции в $1\frac{1}{4}$ раза больше, чем в первом.

Ответ: 43.

▷ 3. Среди коренного населения острова 65 % говорят по-испански. Летом население острова увеличивается на 25 % за счёт испанских туристов. Сколько процентов населения острова говорит по-испанки летом?

Ответ: 72.

▷ 4. На координатной плоскости изображен квадрат, одна из вершин которого находится в точке $A(0, -25)$, а центр симметрии квадрата находится в начале координат. Найдите все точки с рациональными координатами, находящиеся на границе этого квадрата, произведение координат которых есть квадрат натурального числа. В ответе укажите сумму квадратов расстояний от этих точек до начала координат.

Ответ: 1348.

▷ 5. Сколько десятичных знаков после запятой имеет значение выражения $\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \dots + \frac{3^{2025}}{2^{2025}}$?

Ответ: 2025.