

Отборочный тур, 9 класс, 1 вариант

▷ 6. В сладкой мастерской работают несколько кондитеров, и каждый трудится над одним из видов изделия: тортом или эклером (за день один кондитер может изготовить несколько изделий своего вида). Оказалось, что сегодня над тортами работал 101 кондитер, причем все они выпекли одинаковое число изделий. Каждый специалист по эклерам изготовил 200 пирожных. В конце дня оказалось, что всего изготовлено 5450 изделий. Сколько тортов изготовил каждый кондитер?

Ответ: 50.

▷ 7. При каких a один из корней уравнения

$$(a^2 + 1)x^2 = (2a + 3)x + a + 5 + ax^2$$

больше 1, а другой меньше 1? В ответе запишите сумму всех целых a , удовлетворяющих условию задачи.

Ответ: 14.

▷ 8. Найти площадь фигуры, заданной условием $\|x\| - 2 \| + \|y + 3\| \leq 4$.

Ответ: 56.

▷ 9. Найдите наибольшее пятизначное натуральное число, сумма цифр которого равна 21 и которое к тому же оканчивается на 21 и делится на 21.

Ответ: 94521.

▷ 10. Если $b \otimes c = \frac{b^2 - c^2 + 2c}{c+1}$, то чему равна сумма корней уравнения $((0 \otimes x) \otimes 2) \otimes 0 = 9$?

Ответ: 5.

▷ 1. Сколько существует различных треугольников, стороны которых измеряются целым числом см с периметром 13 см?

Ответ: 5.

▷ 2. Известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 55 % партий, но проиграл 15. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 35 %, 13 партий проиграл и несколько партий закончил вничью. Найдите наименьшее значение $n + d$, где n — количество партий, сведенных в ничью, а d — число досок, на которых проходил сеанс.

Ответ: 365.

▷ 3. Найдите наибольшую сумму $x + y$ из всех возможных пар натуральных чисел x и y , удовлетворяющих уравнению: $2xy + 4x^2 = 5y + 10x + 21$.

Ответ: 18.

▷ 4. Завод в Казахстане должен переслать заказчику 1100 деталей. Детали для пересылки упаковываются в ящики трех типов. Один ящик первого типа вмещает 70 деталей, один ящик второго типа вмещает 40 деталей, один ящик третьего типа вмещает 25 деталей. Стоимость пересылки одного ящика первого типа 20 тенге, стоимость пересылки одно ящика второго типа 10 тенге, стоимость пересылки одного ящика третьего типа 7 тенге. Какие ящики должен использовать завод, чтобы стоимость пересылки была наименьшей? Недогрузка ящиков не допускается. Какова наименьшая стоимость пересылки?

Ответ: 278.

▷ 5. Известно, что число $6!$ не делится на n и имеет такой же остаток при делении на n , как $5!$. Найдите все подходящие n , в ответе укажите их сумму.

Ответ: 1500.

Отборочный тур, 9 класс, 2 вариант

▷ 6. В сладкой мастерской работают несколько кондитеров, и каждый трудится над одним из видов изделия: конфетой или леденцом (за день один кондитер может изготовить несколько изделий своего вида). Оказалось, что сегодня над конфетами работали 300 кондитеров, причем все они изготовили одинаковое число конфет. Каждый специалист по леденцам изготовил 41 леденец. В конце дня оказалось, что всего изготовлено 1105 изделий. Сколько всего было специалистов по леденцам?

Ответ: 5.

▷ 7. При каких a оба корня уравнения

$$ax^2 - (a+1)x + 2 = 0$$

по модулю меньше 1? В ответе запишите наименьшее натуральное a , удовлетворяющее условию.

Ответ: 6.

▷ 8. Найти площадь фигуры, заданной условием $|x+2| + |y|-3 \leq 4$.

Ответ: 62.

▷ 9. Найдите наименьшее пятизначное натуральное число, сумма цифр которого равна 28 и которое к тому же оканчивается на 28 и делится на 28.

Ответ: 18928.

▷ 10. Если $a \otimes b = \frac{b+ab-a}{a+1}$, то чему равна сумма квадратов корней уравнения $((0 \otimes x) \otimes 1) \otimes 0 = -x$?

Ответ: 6.

▷ 1. Сколько существует различных треугольников, стороны которых измеряются целым числом см с периметром 15 см?

Ответ: 7.

▷ 2. На юбилее города Нью-Васюки известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 35 % партий, проиграл несколько партий и ни одной не сыграл вничью. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 25 %, 14 партий проиграл и 25 партий закончил вничью. Найдите наименьшее число досок, на которых шла игра.

Ответ: 100.

▷ 3. Найдите наименьшую сумму $x+y$ из всех возможных пар натуральных чисел x и y , удовлетворяющих уравнению: $2x^2 + 5xy - 12y^2 = 28$.

Ответ: 13.

▷ 4. На 100 тенге решено купить елочных игрушек. Елочные игрушки продаются наборами. Набор, состоящий из 20 игрушек, стоит 4 тенге; набор из 35 игрушек стоит 6 тенге, а набор из 50 игрушек стоит 9 тенге. Сколько и каких наборов нужно купить, чтобы было куплено наибольшее количество игрушек? В ответе укажите максимальное число игрушек.

Ответ: 580.

▷ 5. Известно, что число $11!$ делится на n и имеет такой же остаток при делении на n , как $8!$. Найдите количество подходящих n .

Ответ: 96.

Отборочный тур, 9 класс, 3 вариант

▷ 6. В сладкой мастерской работают несколько кондитеров, и каждый трудится над одним из видов изделия: тортом или эклером (за день один кондитер может изготовить несколько изделий своего вида). Оказалось, что сегодня над тортами работали 97 кондитеров, причем все они выпекли одинаковое число изделий. Каждый специалист по эклерам изготовил 153 пирожных. В конце дня оказалось, что всего изготовлено 1138 изделий. Сколько всего кондитеров было в мастерской сегодня?

Ответ: 100.

▷ 7. При каких m неравенство

$$x^2 + mx + m^2 + 6m < 0$$

выполняется при всех $x \in (1, 2)$? В ответе запишите сумму всех целых m , удовлетворяющих условию задачи.

Ответ: -21.

▷ 8. Найти площадь фигуры, заданной условием $\|x\| - 3 + \|y\| + 2 \leq 4$.

Ответ: 16.

▷ 9. Найдите наименьшее пятизначное натуральное число, сумма цифр которого равна 21 и которое к тому же оканчивается на 21 и делится на 21.

Ответ: 18921.

▷ 10. Если $d \otimes b = \frac{d-2bd+b^2}{b}$, то чему равно число $((0 \otimes 1) \otimes 1) \otimes 1$?

Ответ: 1.

▷ 1. Сколько существует различных треугольников, стороны которых измеряются целым числом см с периметром 17 см?

Ответ: 8.

▷ 2. Известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 50 % партий, но проиграл 20. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 25 %, 10 партий проиграл и несколько партий закончил вничью. Найдите наименьшее значение $n+d$, где n — количество партий, сведенных в ничью, а d — число досок, на которых проходил сеанс.

Ответ: 74.

▷ 3. Найдите наибольшую сумму квадратов всех возможных пар натуральных чисел x и y , удовлетворяющих уравнению: $x^2 - 4xy - 5y^2 = 412$.

Ответ: 30740.

▷ 4. Из лесного хозяйства в город нужно вывезти 1590 деревьев. Для перевозки имеются полупоратонки, трехтонки и пятитонки. На полупоратонке можно перевезти за один раз 26 деревьев, на трехтонке — 45 деревьев, на пятитонке — 75 деревьев. Стоимость одного пробега для полупоратонки равна 9 тысяч рублей, для трехтонки — 15 тысяч рублей, для пятитонки — 24 тысячи рублей. Как лесное хозяйство должно распределить перевозки, чтобы общая их стоимость была наименьшей? Недогрузка машин не допускается. Какова наименьшая стоимость перевозок? Ответ дайте в тысячах рублей.

Ответ: 510.

▷ 5. Известно, что число $9!$ не делится на t и имеет такой же остаток при делении на t , как $11!$. Найдите все возможные значения t . В ответе укажите наибольший общий делитель наибольшего и наименьшего из них.

Ответ: 109.

Отборочный тур, 9 класс, 4 вариант

▷ 6. В сладкой мастерской работают несколько кондитеров, и каждый трудится над одним из видов изделия: конфетой или леденцом (за день один кондитер может изготовить несколько изделий своего вида). Оказалось, что сегодня над конфетами работали 67 кондитеров, причем все они изготовили одинаковое число конфет. Каждый специалист по леденцам изготовил 108 леденцов. В конце дня оказалось, что всего изготовлено 2193 изделия. Сколько всего было изготовлено конфет?

Ответ: 1005.

▷ 7. При каких a оба корня уравнения

$$x^2 + 4ax + (1 - 2a + 4a^2) = 0$$

меньше -1? В ответе запишите наименьшее натуральное a , удовлетворяющее условию задачи.

Ответ: 2.

▷ 8. Найти площадь фигуры, заданной условием $\|x\| - 5 + |y + 6| \leq 7$.

Ответ: 188.

▷ 9. Найдите наибольшее пятизначное натуральное число, сумма цифр которого равна 28 и которое к тому же оканчивается на 28 и делится на 28.

Ответ: 94528.

▷ 10. Если $c \otimes d = \frac{c^2 + d^2 - 2cd}{d+1}$, то чему равна сумма корней уравнения $1 \otimes ((1 \otimes x) \otimes 0) = x \otimes 0$?

Ответ: 1.

▷ 1. Сколько существует различных треугольников, стороны которых измеряются целым числом см с периметром 19 см?

Ответ: 10.

▷ 2. На юбилее города Нью-Васюки известный гроссмейстер Бендер О.И. дал сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых 2 часов он выиграл 50 % партий и проиграл несколько партий. За последующие 2 часа он из оставшихся партий выиграл 25 %, 21 партию проиграл и 30 партий закончил вничью. Найдите наименьшее число досок, на которых шла игра.

Ответ: 138.

▷ 3. Найдите наибольшую сумму квадратов всех возможных пар натуральных чисел x и y , удовлетворяющих уравнению: $x^2 - 4xy - 5y^2 = 103$.

Ответ: 7685.

▷ 4. Предполагается использовать 2 млн рублей на путевки в дома отдыха. Путевки есть на 15, 27 и 45 дней. Стоимость их соответственно 21 тысяча рублей, 40 тысяч рублей и 60 тысяч рублей. Сколько и каких путевок нужно купить, чтобы общее число дней отдыха было наибольшим? В ответе укажите общее число дней отдыха.

Ответ: 1494.

▷ 5. Известно, что $8!$ не делится на n и имеет такой же остаток при делении на n , как $5!$. Найдите все возможные n . В ответе укажите их количество.

Ответ: 32.